Velocidad de Escape

La velocidad de escape

Los cuerpos en el cosmos están sujetos a la atracción gravitacional. Dos cuerpos dados tienden a aproximarse en virtud de la atracción de la gravedad. Si uno de ellos es muy masivo, parece que es el otro el que se le aproxima.

Si lanzamos una piedra hacia arriba, la piedra acaba su recorrido y regresa a la tierra en virtud de la fuerza gravitatoria debida a la masa de nuestro planeta. La piedra subirá, alejándose de la superficie mientras su energía cinética supere al potencial gravitatorio de la Tierra. Así, si la piedra tiene masa m, y llamando M a la masa de la Tierra y R a su radio, tendríamos:

Potencial gravitatorio: $E_g = G\frac{M.m}{R}$

Energía cinética de la piedra al lanzarla con velocidad v: $E_c = \frac{1}{2}m.v^2$

Una vez lanzada la piedra hacia arriba a la velocidad *v* queda sometida al potencial gravitatorio E_g, que la va frenando, llegando un instante en el que la piedra se para e inicia su aproximación al planeta cayendo sobre la superficie de nuevo.

Esto ocurre en general, si la velocidad está dentro de los márgenes cotidianos. Porque podría ser tan grande la velocidad con que lanzáramos la piedra que el potencial gravitatorio fuera incapaz de pararla. En ese caso, la piedra "escapa" a la acción de dicho potencial, y no regresa a la superficie del planeta.

¿Cómo de grande ha de ser la velocidad de escape?. Para que la piedra no regrese ha de suceder que la energía cinética supere al potencial gravitatorio

$$\frac{1}{2}m.v^2 \geq G\frac{M.m}{R}$$

la velocidad mínima a la cual escapa, lo que denominaremos "velocidad de escape" es la velocidad a la que al menos se iguala la energía cinética con el potencial de gravitación:

$$\frac{1}{2}.m.v^2 = G\frac{M.m}{R} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Esta velocidad, como se observa en la expresión encontrada, depende directamente de la masa del cuerpo masivo o planeta e inversamente de su radio. Un planeta de gran masa hace que se necesite una gran velocidad para poder escapar a la acción de su potencial gravitatorio. Análogamente, cuanto menor sea el radio, para una misma masa, la velocidad de escape ha de ser mayor.

Podemos hacer el cálculo de la velocidad de escape para el caso de la Tierra y del Sol, para lo que necesitamos conocer la masa de estos cuerpos y sus radios aproximados, junto con la constante de atracción universal *G*.

$$G = 6{,}67x10^{-11}\ Nw.m^2.Kg$$

- Velocidad de escape en la superficie de la Tierra:

Masa de la Tierra: $M = 5,97x10^{24}\ Kg$,
Radio medio de la Tierra: $R = 6365\ Km = 6365000\ m$

Velocidad de escape:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2.6,67.10^{-11}.5,97.10^{24}}{6365000} Nw.m^2.Kg^{-2}Kg.m^{-1}} =$$

$$= \sqrt{1,2512144x10^8\, m.Kg.s^{-2}.m^2.Kg^{-2}Kg.m^{-1}} = 1'11857697x10^4\, m.s^{-1} = 11185'7697\ m.s^{-1} =$$

$$= 11'1857697\ km.s^{-1}$$

La velocidad de escape en la superficie de nuestro planeta es, aproximadamente, de 11’1 kilómetros por segundo. Un objeto que se dispare a esa velocidad u a otra superior, no regresaría a la superficie, pues el potencial gravitatorio sería insuficiente para detenerle.

- Velocidad de escape en la superficie del Sol:

  Masa del Sol: $M = 1'98x10^{30}\ Kg$,
  Radio del Sol: $R = 696000\ Km = 696.10^6\ m$

Velocidad de escape:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2.6,67.10^{-11}.1,98.10^{30}}{696.10^6} Nw.m^2.Kg^{-2}Kg.m^{-1}} =$$

$$= \sqrt{0,3795x10^{12}\, m.Kg.s^{-2}.m^2.Kg^{-2}Kg.m^{-1}} = 0'616035713x10^6\, m.s^{-1} = 616035'713\ m.s^{-1} =$$

$$= 616'035713\ km.s^{-1}$$

Esto quiere decir que la velocidad de escape en la superficie del Sol sería, aproximadamente, de 616 kilómetros por segundo. Un objeto que se dispare a esa velocidad u a otra superior, no regresaría a la superficie, pues el potencial gravitatorio del Sol no sería suficiente para detenerle.

Algunas reflexiones:

Podríamos preguntarnos qué masa tendría que tener nuestro planeta para que, manteniendo el mismo radio (el mismo tamaño) de 6365 kms, los objetos de su superficie necesitaran la misma velocidad de escape que si estuvieran en la superficie del Sol.

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \rightarrow M = \frac{R.v^2}{2G} = \frac{6365.10^3.(0,616035713.10^9)^2}{2.6,67.10^{-11}} = 18,10732757.10^{33}\,kg$$

Se observa que la masa que tendría que tener la Tierra, manteniendo su diámetro, es muchísimo mayor que la masa que tiene el Sol.

Otra pregunta interesante podría ser el radio tendría que tener el Sol para que, manteniendo la misma masa, la velocidad de escape en su superficie fuera la misma que en nuestro planeta, esto es, de unos 11 kms/s.

$$R = \frac{2GM}{v^2} = \frac{2.6'67.10^{-11}.1'98.10^{30}}{(11'1.10^3)^2} = 0,214375456.10^{13}\,m = 214375,456.10^4\,kms$$

Es, obviamente, un radio mucho mayor, pues al disminuir la velocidad de escape, ha de aumentar el radio, debido a su proporción inversa.

Vemos en estos cálculos que si el cuerpo es muy masivo, o bien, se trata de un cuerpo con pequeñísimo radio, la velocidad de escape se hace extraordinariamente grande. Este aumento de la velocidad de escape ha de tener, por principio de relatividad, un límite superior, que es la velocidad máxima de propagación de las interacciones, la velocidad de la luz.

Un cuerpo tan masivo que la velocidad de escape tuviera que superar a la velocidad de la luz seria tal que ningún objeto podría escapar de su superficie, pues nunca el objeto podría alcanzar dicha velocidad. Ni siquiera la luz podría salir de su superficie, ya que su velocidad es invariante (3.10^8 m/s) e inferior a la hipotética velocidad de escape.

Estos cuerpos de altísima densidad que ni tan siquiera emiten luz son lo que se ha dado en llamar agujeros negros. En principio, un agujero negro es un cuerpo en el que la densidad supera un cierto valor. ¿Cuál ha de ser la densidad de un cuerpo de radio R para que sea un agujero negro, es decir, para que no puede emitir siquiera luz?. Veamos:

Si la velocidad de escape es c (velocidad de la luz), se tiene $c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, con lo cual, la masa es $M = \frac{R.c^2}{2G}$. Calculamos la densidad:

$$\delta = \frac{M}{V} = \frac{R.c^2/2G}{\frac{4}{3}\pi.R^3} = \frac{3.c^2}{8\pi GR^2}$$

Así, si queremos conocer la densidad que habría de tener la Tierra para que con su actual tamaño fuera un agujero negro, tendríamos:

$$\delta = \frac{3.c^2}{8\pi GR^2} = \frac{3.(3.10^8)^2}{8.\pi.6'67.10^{-11}.(6365000)^2} = 3.10^{12}\,\frac{Kg}{m^3} = 3.10^9\,\frac{gr}{cm^3}$$

Mientras que la densidad real de nuestro planeta, calculada usando la velocidad de escape ($v_e = 11'1\ km.s^{-1}$) es solamente:

$$\delta = \frac{3.v_e^2}{8\pi GR^2} = \frac{3.(11100)^2}{8.\pi.6'67.10^{-11}.(6365000)^2} = 0'000005442.10^9\ \frac{Kg}{m^3} = 5'442\frac{gr}{cm^3}$$

Otra cuestión de interés podría ser establecer el tamaño que habría de tener nuestro planeta, la Tierra, para que con su actual masa (*5,983.10²⁴* kgs) fuera un agujero negro:

$$R = \frac{2.G.M}{c^2} = \frac{2.6,67.10^{-11}.5,97.10^{24}}{(3.10^8)^2} = 8,848.10^{-3}\ m = 0'8848\ cm$$

esto es, la Tierra, con la actual masa, sería un agujero negro cuyo radio no llegaría a un centímetro.

Veamos la misma cuestión para el Sol. Tamaño para que con la masa que realmente tiene, sea un agujero negro:

$$R = \frac{2.G.M}{c^2} = \frac{2.6,67.10^{-11}.1,989.10^{30}}{(3.10^8)^2} = 2,94814.10^3\ m = 2'94814\ km$$

Así, pues, con la masa que nuestro Sol tiene, se convertiría en un agujero negro si fuera una esfera de solamente unos tres kilómetros de radio.

Documentación

MALDACENA, Juan M.; "Los agujeros negros y la estructura del espacio-tiempo", http://casanchi.com/fis/malda02.htm, 2008

CHINEA, C. S.; "El peso de los planetas", http://casanchi.com/ast/pesoplanetas.htm, 2005

CHINEA, C. S.; "Unidades Físicas de medición", I y II,
http://casanchi.com/fis/medida01.htm
http://casanchi.com/fis/medida02.htm, 2003