¿QUE ES LA CREACIÓN MATEMÁTICA?

HENRI POINCARÉ

(parte primera de la conferencia dictada 1903, en la Sociedad Psicológica de París, y cuyas ideas tienen todavía un cierto impacto en nuestra sociedad, cuando estamos a la entrada del tercer milenio)

Cómo se geste la creación matemática es un problema que debería interesar mucho a los psicólogos. Se trata de aquella actividad en que la mente humana parece recurrir menos al mundo exterior, actuando, o pareciendo actuar, por sí y para sí, por lo que podríamos esperar que el estudio del modo de proceder del pensamiento geométrico nos adentrase en lo mas esencial de la mente humana.

El primer hecho que habría de sorprendernos, si no fuese por lo acostumbrados que estamos a aceptarlo, es el de cómo es posible que haya personas que no entiendan las matemáticas. Puesto que solo recurren a las leyes de la lógica, que toda mente normal acepta, y dado que sus pruebas se basan en principios comunes a todos los seres humanos, que nadie en su sano juicio podría negar, ¿cómo es posible que haya tanta gente refractaria a ellas?.

Es comprensible que no todo el mundo tenga capacidad inventiva y puede pasar que se olvide una demostración tras haberla aprendido, pero, si pensamos en ello, sí que es muy raro que alguien no comprenda un razonamiento matemático que se le explique. Y, sin embargo, quienes no pueden seguir tal razonamiento más que con dificultad son mayoría, como atestigua la experiencia de los profesores de enseñanza secundaria.

Aún diré más: ¿cómo es posible el error en matemáticas?. Una mente sana no incurre en falacias lógicas ni se trabuca en las sencillas argumentaciones que se dan en la vida ordinaria y, sin embargo, son pocos quienes pueden repetir sin equivocarse las demostraciones matemáticas, sin duda más largas, pero que, en suma, se reducen a una acumulación de pequeños razonamientos en todo parecidos a los que realizamos sin dificultad. No creo necesario añadir que ni siquiera los matemáticos son infalibles ...

Por lo que a mí respecta, he de confesar que soy incapaz hasta de hacer una suma sin equivocarme... no tengo mala memoria, pero tampoco lo suficiente buena como para ser un jugador de ajedrez destacado. ¿Porqué entonces no me falla en los momentos difíciles de razonamiento matemático, cuando la mayor parte de los ajedrecistas se perderían?. Sin duda alguna porque la marcha general del razonamiento la guía. Una demostración matemática no es una simple yuxtaposición de silogismos, sino *silogismos colocados en determinado orden*, siendo este orden de colocación mucho más importante que los elementos mismos. Si tengo la sensación, la intuición, cómo si dijéramos, de ese orden, percibo sin más el razonamiento como un todo y no tengo ya que preocuparme de que se me olvide ninguno de sus elementos, pues cada uno de ellos ocupará su parte en el elenco, sin que mi memoria tenga que hacer esfuerzo alguno.

Sabemos que esta sensación, esta intuición del orden matemático, la que nos hace adivinar armonías y relaciones ocultas, no puede ser poseída por todo el mundo. Hay quienes no tendrán esta delicada sensación, tan difícil de definir, o cuya memoria o capacidad de atención no superarán lo ordinario, lo que les incapacitará por completo para comprender las matemáticas superiores. Tal es el caso de la mayoría. No faltará otros que, aunque poseyendo la sensación en grado mínimo, estarán dotados de una memoria inusual y de una gran capacidad de atención. Estos se aprenderán de memoria los detalles, uno tras otro; podrán entender las matemáticas, y hasta aplicarlas, pero no podrán crear. Y hay quienes, en fin, poseerán en mayor o menor grado la intuición especial a la que me estoy refiriendo; éstos, no solo entenderán las matemáticas, aunque su memoria no tenga nada de extraordinario, sino que podrán crearlas, esforzándose por inventar, empeño en el que tendrán más o menos éxito según esté de desarrollada su intuición.

¿Qué es realmente la creación matemática?. No consiste en organizar nuevas combinaciones de entidades matemáticas ya conocidas. Esto es algo que cualquiera puede hacer, si bien tales combinaciones son innumerables y la mayor parte de ellas carece por completo de interés. Crear consiste precisamente en no hacer combinaciones inútiles y sí, en cambio, aquellas que son útiles, que son muy pocas. La invención es discernimiento, elección.

Es hora de adentrarse en el alma del matemático y ver qué pasa allí. Creo que lo mejor que puedo hacer en este sentido es recordar mis propias experiencias. Me limitaré a contarles cómo escribí mi primer trabajo sobre las funciones fuchsianas (*). Pido perdón al lector, pues he de usar algunas expresiones técnicas, pero no tiene porqué austarse, pues no se requiere que las entienda. Si digo, por ejemplo, que encontré la demostración de tal teorema en tales y tales circunstancias, el teorema tendrá indudablemente un nombre bárbaro, desconocido para la mayoría. Pero esto carece de importancia, porque lo verdaderamente importante para el psicólogo no es el teorema, sino las circunstancias.

Durante quince días me esforcé por demostrar que no podían existir funciones como las que luego llamé fuchsianas. Entonces era muy ignorante. Me ponía cada día a trabajar en mi mesa, probaba un gran número de combinaciones durante un par de horas y no lograba nada. Una tarde bebí una taza de café, cosa que no solía hacer, y no pude dormir por la noche. Las ideas surgieron a borbotones. Las sentía chocar unas con otras, por así decirlo, hasta que se engarzaron entre sí formando una combinación estable. A la mañana siguiente ya había determinado la existencia de una clase de funciones fuchsianas, las derivadas de la serie hipergeométrica. Sólo me faltaba poner por escrito los resultados, lo que hice en pocas horas.

Quise entonces representar estas funciones como el cociente de dos series. Tal idea era completamente consciente y deliberada, habiéndome llevado a ella la analogía con las funciones elípticas. Me pregunté que propiedades habrían de tener tales series, si existieran, y conseguí formarlas sin dificultad: a estas les di el nombre de theta-fuchsianas.

Por entonces salí de Caen, donde a la sazón vivía, para participar en una excursión geológica organizada por la escuela de minas. La incidencias del viaje me hicieron olvidar mis trabajos matemáticos. En determinado momento estábamos en Coutances y habíamos de subir a un ómnibus para desplazarnos a otro sitio. Justo al poner el pié en el estribo, sin que ninguno de mis pensamientos precedentes pareciese haberla propiciado, me vino la idea de que las transformaciones que había usado para definir las funciones fuchsianas eran idénticas a las de la geometría no euclídea. No proseguí el razonamiento, ni hubiese tenido ocasión de ello, pues me senté en mi asiento y continué una conversación previa, pero estaba completamente seguro. A mi regreso a Caen lo comprobé concienzudamente por pundonor.

Mi atención se dirigió luego al estudio de algunas cuestiones aritméticas que no parecían tener ninguna relación con mis investigaciones precedentes. No obtuve muchos resultados. Molesto por mi fracaso me marché unos días a la costa para distraerme. Una mañana, mientras caminaba por los acantilados, se me ocurrió la idea de que las transformaciones aritméticas de fórmulas cuadráticas ternarias indeterminadas eran eran idénticas a las de la geometría no euclídea. El hecho volvió a tener los rasgos de la brevedad, lo inesperado y la sensación de certeza inmediata.

De vuelta a Caen medité sobre este resultado y extraje las consecuencias. El ejemplo de las fórmulas cuadráticas me mostraba que había grupos fuchsianos distintos de los correspondientes a las series hipergeométricas. Me di cuenta de que podría aplicarles la teoría de las series theta-fuchsianas y de que, en consecuencia, existían funciones fuchsianas distintas de las de series hipergeométricas, que eran las que yo conocía. Como es natural, me puse a formular todas estas funciones. Las sometí a un ataque sistemático y fui doblegándolas, una tras otra. Quedaba una, sin embargo, que se resistía, y cuya dominación hubiera significado la victoria total. Pero el único resultado inicial de mis esfuerzos fué permitirme ver con claridad la dificultad de la empresa, que no era pequeña. Todo este trabajo fué completamente consciente.

Llegó entonces el momento de que me fuese a Mont-Valerien, lugar donde habría de realizar mi servicio militar. Durante un tiempo, pues, mis ocupaciones fueron bastante diferentes. Un buen día, conforme andaba por la calle, se me presentó de improviso la solución del problema que me habia bloqueado. No le dí más vueltas inmediatamente, pero retomé la cuestión al licenciarme. Disponía de todos los elementos y sólo me faltaba ordenarlos y encajarlos. La redacción de la memoria correspondiente la realicé de un tirón y sin dificultad.

Sería inútil repetir más casos parecidos; baste con este ejemplo.

(*) FUNCIONES FUCHSIANAS: Nombre dado por Henri Poincaré a las funciones transcendentes definidas por la condición de ser invariables cuando la variable sufre ciertas sustituciones (estas sustituciones del tipo de (a.z + b)/(a'.z + b'), siendo z la variable, con la condición de que a.b' - b.a' = 1, con a, b, a', b' reales, constituyen un grupo que Poincaré llamó *Grupo Fuchsiano*).
