SOLITONES CUÁNTICOS

Joaquín González Álvarez

En el presente trabajo se presentan igualdades y analogías la mayoría de las cuales responden al basamento teórico que sustenta a la ciencia del momento, otras muestran un lógico formalismo matemático que mueven a la reflexión sobre posibles aportes a la investigación fundamental.

La ecuación de Schrödinger es una ecuación diferencial en derivadas parciales del tipo parabólico que puede presentarse así:

$$\Delta\Psi = -\frac{2m.i}{\hbar}.\frac{\partial\Psi}{\partial t} \qquad (1)$$

y su solución

$$\Psi = const.\exp(\frac{i}{\hbar}(Et - p.r)) \qquad (2)$$

donde $\hbar$ es la h marcada de Dirac.

El Flujo de Ricci utilizado por Richard Hamilton y Grigori Perelman en la solución de la Conjetura de Poincaré se suele presentar de la siguiente forma:

$$\partial g/\partial t = -2R_{ic} \qquad (3)$$

siendo g la métrica y R_{ic} tensor de curvatura de Ricci.

Me propongo establecer una analogía de (3) con (1) para lo cual me valgo de la relación tomada de la Teoría General de la Relatividad:

$$\Delta g = -2R_{ic} \qquad (4)$$

para escribir (3) asi:

$$\Delta g = \partial g/\partial t \qquad (5)$$

Para la analogía que me propongo de (5) con (1) y por tanto con (2), tomo como solución de (5) la siguiente:

$$g = const.\exp(At + B.r) \tag{6}$$

con $g_0 = const.\exp(B.r)$ ($B.r$ producto escalar)

asumiendo la existencia de una interrelación entre energía y momentum con métrica y curvatura del espacio-tiempo, en el contexto cuántico. lo cual lleva a

$$\Delta g = B^2 g \tag{7}$$

$$\partial g / \partial t = Ag \tag{8}$$

que para satisfacer (5) ha de cumplirse $B = \sqrt{A}$

y por (3), (4) , (7) y (8) a:

$$\partial g / \partial t = Ag$$

e integrando:

$$g = (1 + A.t).g_0 \tag{9}$$

forma de solución de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales llamada *solitón.*

Por la analogía que nos proponemos, se tiene que por (2) y (6), A resulta análogo a $\left(-\frac{i}{\hbar}\right)E$ lo cual nos lleva a expresar el solitón (9) en la forma:

$$g = (1 - \frac{i}{\hbar}E.t).g_0$$

al cual llamo *solitón cuántico*. Podemos también presentar a $R_{ic} = \frac{iE}{2\hbar}g_0$ como métrica cuántica análoga a la métrica de Einstein.

Antes de seguir adelante necesitamos realizar las siguientes consideraciones.

Cuando se aplica el flujo de Ricci a la métrica de Einstein: $R_{ic} = -\lambda g_0$ se obtiene el solitón:

$$g = (1 + 2\lambda t).g_0 \tag{10}$$

que para $t = -\frac{1}{2\lambda}$ hará la métrica igual a cero y se presentará una singularidad, diciéndose que el solitón explota (Blow-Up). Como el tiempo es negativo, la explosión ocurrió en el pasado, tipo big-bang, por lo cual se dice que la solución *no es anciana* ya que explotó en el pasado.

A λ se le llama *constante de escalado*. Reescalando g atendiendo a (10) siguiendo el proceso:

$$g = \lambda(1 + 2\lambda\left(\frac{t}{\lambda}\right)).g_0 \qquad (11)$$

repetidamente, obtendremos réplicas autosemejantes de g, lo cual se justifica comprobando que (11) satisface el Flujo de Ricci en la forma (3) o (5). Para realizar esa comprobación expresaré (11) en esta forma:

$$g = (\lambda + 2\lambda t)g_0$$

derivando

$$\frac{\partial g}{\partial t} = 2\lambda g_0$$

y por la métrica de Einstein:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -2R_{ic}$$

que es el Flujo de Ricci en la forma (3).

Mediante el reescalado descrito el tensor de Ricci permanece invariante como se ha evidenciado.

El procedimiento descrito permite aplicar en el contexto la teoría de la renormalización.

Continuando con la analogía, notamos que la constante de escalado para el solitón cuántico será $-iE/2\hbar$ y el tiempo al cual ocurrirá la singularidad será $t = -i\hbar/E$. Es una solución no anciana pues explotó en el pasado. Y nos encontramos con un tiempo imaginario del cual habla Stephen Hawking en su teoría de no-bordes. La expresión para el tiempo de la singularidad que hemos visto puede escribirse $Et = -i\hbar$ en la cual vemos una relación que puede ponerse de la siguiente manera: $Et \approx \hbar$ que nos recuerda a la conocida $\Delta E \Delta t \approx \hbar$ del Principio de Heisenberg. En la cercanía de la singularidad y de las dimensiones subplanckianas, a la fluctuación intrínseca del tiempo corresponden fluctuaciones del valor de la energía y por la equivalencia $E = mc^2$, se generan pares partícula-antipartícula, que deforman la suave curvatura del espacio-tiempo produciendo lo que suele llamarse *espuma cuántica*.

Hemos presentado en forma muy elemental una idea de lo que es un solitón y mediante analogía con los solitones del Flujo de Ricci he propuesto lo que llamo solitones cuánticos. Además en la exposición mostrada, se han presentado interesantes relaciones matemáticas entre elementos del Flujo de Ricci, la Mecánica

Cuántica y las Teorías de la Relatividad, algunas con realidad física y otras solamente formales que quizás, como me permito proponer, en manos de especialistas en estas disciplinas constituyan aportes a los empeños de unificación de las teorías de la Física.

Bibliografía

*Byron, F. Y R. Fuller.*1992. Mathematics of Classical and Quantum Physics. Dover Publications, Inc. New York.
Einstein, A. 1984 The Meaning of Relativity. MJF Books. New York.
Landau, L. y E. Lifshitz. 1962. Teoría Clásica de los Campos. Reverté. Barcelona.
Morgan, J. y G. Tian. Ricci Flow and the Conjecture of Poincaré. American Mathematical Society. Wa.shington.

Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ
j.gonzalez.a@hotmail.com