

¿Cómo midió Eratóstenes?

Eratóstenes, nacido en Cirene en el año 284 antes de Jesucristo, y muerto en Alejandría a los 92 años, fue el primer científico de la historia de la Humanidad en medir con bastante precisión, la circunferencia de nuestro planeta.

Eratóstenes midió la circunferencia terrestre por primera vez con una gran exactitud, en una época en la que muy poca gente pensaba que el mundo no era plano como una mesa.

Pero, ¿cómo lo hizo?. ¿En qué se basó para hacer la medida del radio de la esfera terrestre?

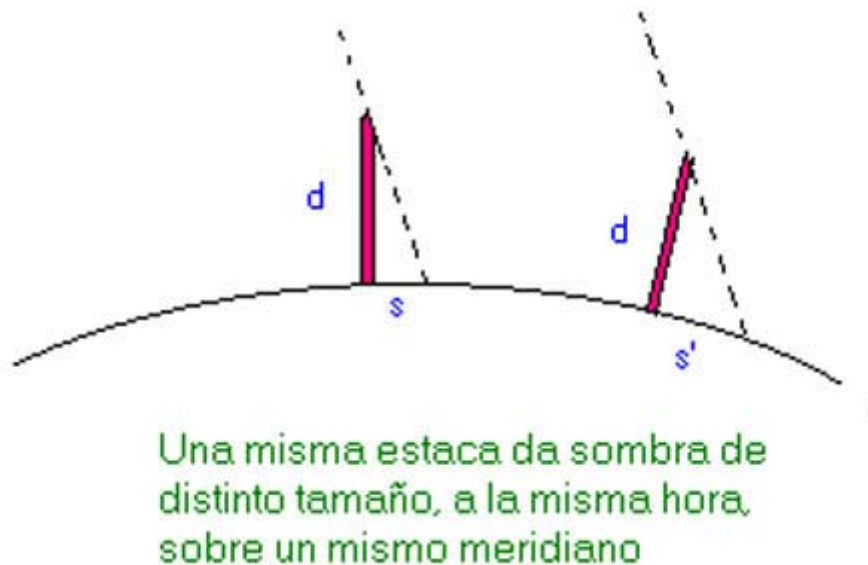


Figura 1

Pues, pensó, sencillamente, que dos estacas clavadas verticalmente en el suelo, a una distancia de varios kilómetros, sobre un mismo meridiano, darían sombras distintas a una misma hora en virtud de la curvatura de la superficie del planeta.

Los ángulos que forman los rayos de sol con la dirección de la estaca son:

$$\alpha_1 = \arct\left(\frac{s}{d}\right), \quad \alpha_1 = \arct\left(\frac{s'}{d}\right)$$

Siendo s y s' la sombra de cada estaca sobre la línea meridiana en cada lugar. La longitud de la estaca es d en ambos casos.

Si observamos ahora la figura 2 y nos fijamos en el triángulo que se forma, con ángulos a , a_1 y $180-a_2$, donde a es el ángulo del arco de meridiano comprendido entre las posiciones que ocupan ambas estacas, y a_1 y a_2 son los ángulos que forman los rayos solares con la dirección de las estacas, vemos que, al sumar 180° los tres ángulos del triángulo es:

$$a_1 + 180 - a_2 + a = 180, \text{ es decir: } a_1 - a_2 + a = 0, \text{ o sea: } a = a_2 - a_1$$

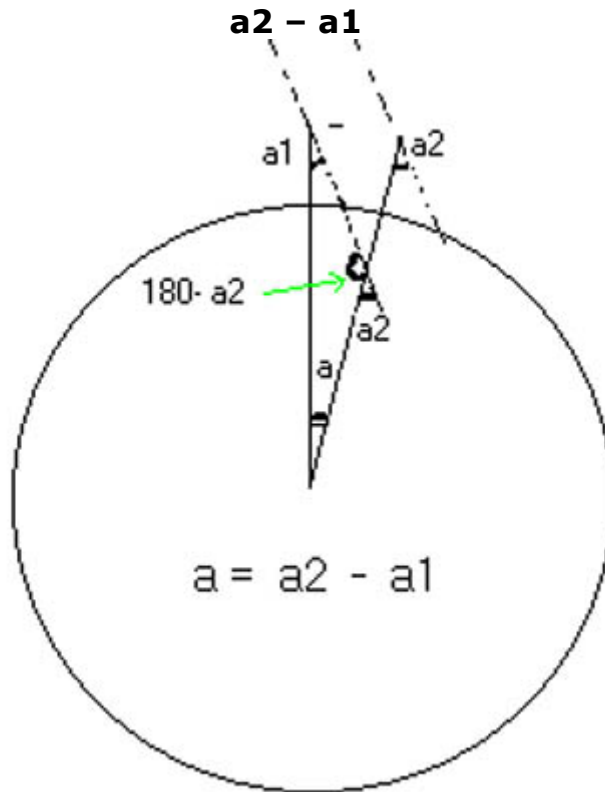


Figura 2

Conocido el ángulo a , y la longitud L del arco de meridiano entre ambos puntos de colocación de las estacas, será posible, mediante una sencilla regla de tres, encontrar la longitud total, X , de la circunferencia del planeta:

$$\left. \begin{array}{l} a^\circ \text{-----} > L \\ 360^\circ \text{-----} > X \end{array} \right\} \Rightarrow X = \frac{360.L}{a}$$

y, de aquí, el radio medio de la Tierra:

$$\frac{360.L}{a} = 2\pi.R \Rightarrow R = \frac{360.L}{2\pi.a}$$

Si una de las dos estacas, en un determinado momento diera sobre la línea meridiana sombra nula, es decir, si en una de las estacas fuera cero el ángulo que forma la dirección de los rayos solares con la estaca, o, dicho

de otra manera, si en uno de los dos lugares los rayos solares inciden perpendicularmente, entonces, se tendría que:

$a_1 = 0$, por lo cual $a = a_2 - 0 = a_2$, es decir, el ángulo, a , que corresponde al arco de meridiano terrestre comprendido entre ambas posiciones de las estacas, es, precisamente el ángulo, a_2 , que formarían los rayos solares con la segunda estaca sobre la línea meridiana.

Este último hecho fue lo que utilizó Eratóstenes para hacer su medición.

Eratóstenes, que estaba en Alejandría, recordó que en un cierto día del año, en el solsticio de verano, los rayos solares caían verticalmente en la ciudad de Siena, situada en el mismo meridiano que Alejandría, pues recordaba que el sol se reflejaba en lo más profundo de los pozos, a la hora del mediodía. Entonces, pensó que si media ese día en la ciudad de Alejandría, a la misma hora, el ángulo, a_2 , que los rayos solares formaban con la vertical, midiendo la sombra que sobre la línea meridiana formaba la estaca, conocería el ángulo del arco de meridiano entre Alejandría y Siena.

Eratóstenes midió la sombra sobre la línea meridiana producida por una estaca vertical en Alejandría, y conociendo la longitud de la estaca halló ese ángulo a la hora antedicha: resultó que el ángulo era de 7 grados ($a_2 = 7^\circ$). Ya sabía el ángulo del arco de meridiano entre Alejandría y Siena. Ahora faltaba conocer la distancia, a lo largo del meridiano, entre ambas ciudades, es decir, la longitud del arco L . Para ello Eratóstenes pagó a un hombre que hizo, a pié, tal medición. Eran, usando la medida usual en la época y en la zona, unos 4900 estadios, que equivaldría hoy (a unos 6'125 estadios por kilómetro) a unos 800 kms.

Con estos datos ya es inmediato el cálculo:

Longitud de la circunferencia terrestre:

$$X = \frac{360 \cdot 800}{7} = \frac{288000}{7} = 41142 \text{ kms}$$

Radio medio del planeta:

$$R = \frac{360 \cdot L}{2\pi \cdot a} = \frac{360 \cdot 800}{2\pi \cdot 7} = 6548 \text{ kms}$$